Elektrizitätslehre und Magnetismus

Othmar Marti | 26. 05. 2008 | Institut für Experimentelle Physik

Physik, Wirtschaftsphysik und
Lehramt Physik

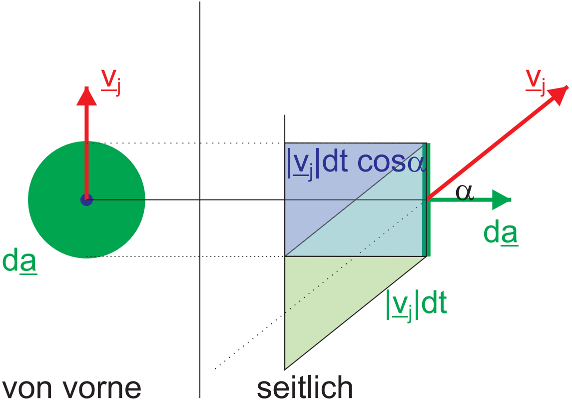
Strom

$$I = \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{\text{Fläche}}$$

Stromrichtung

Der elektrische Strom I beschreibt den Fluss von Ladung. Deshalb fliesst der Strom von „+“ nach „- “. Der elektrische Strom I darf nicht mit dem Massenstrom $\dot{m}$ verwechselt werden. Bei positiver Ladung ist die Geschwindigkeit des die Ladung tragenden Masseteilchens **parallel** zur Stromrichtung. Bei negativer Ladung ist die Geschwindigkeit des die Ladung tragenden Masseteilchens **antiparallel** zur Stromrichtung.

Berechnung des Stroms



Berechnung des Stromes in einem Medium

Kontinuitätsgleichung für den elektrischen Strom

Wir betrachten *Ladungsträger* mit der einheitlichen *Ladung* q.
Die Ladungsträgerdichte n_j habe die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_j$.
Der Strom δI_j durch das Flächenelement $d\boldsymbol{a}$ ist

$$\delta I_j = \frac{\delta Q_j}{dt}$$

Die *Ladungsmenge* ist

$$\delta Q_j = q n_j \mid \boldsymbol{v}_j \mid \cdot dt \cdot \cos\alpha \cdot \mid d\boldsymbol{a} \mid$$

und damit

$$\delta I_j = q n_j \mid \boldsymbol{v}_j \mid \cos\alpha \mid d\boldsymbol{a} \mid = q n_j \boldsymbol{v}_j \cdot d\boldsymbol{a}$$

Kontinuitätsgleichung für den elektrischen Strom

Der gesamte *Strom* der *Ladungsträger* q ist dann

$$dI\,(d\boldsymbol{a}) = nq\,\frac{1}{n}\left(\sum_j n_j \boldsymbol{v}_j\right) \cdot d\boldsymbol{a}$$

wobei $n = \Sigma n_j$ ist.

Die mittlere Geschwindigkeit der *Ladungsträger* ist

$$< \boldsymbol{v} >= \frac{1}{n} \sum_j n_j \cdot \boldsymbol{v}_j$$

Wir definieren das Vektorfeld der *Stromdichte*

$$\boldsymbol{i} = nq < \boldsymbol{v} >$$

$\boldsymbol{i}$ ist abhängig vom Ort, da auch n und $< \boldsymbol{v} >$ ortsabhängig sind.

Kontinuitätsgleichung für den elektrischen Strom

Der *Strom* bezüglich $d\boldsymbol{a}$ ist dann

$$dI\,(d\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a}$$

und, integriert,

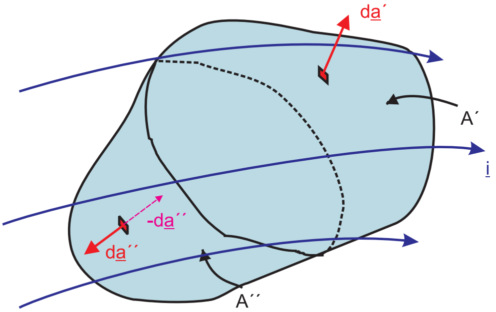
$$I\,(A) = \int_A \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a}$$

Diese Gleichung besagt, dass der *Strom* gleich dem *Fluss* des *Stromdichtefeldes* durch eine Fläche A ist.

Strom mit mehreren Sorten von Ladungsträgern

$$\boldsymbol{i} = \sum_k n_k q_k < \boldsymbol{v}_k >$$

Fluss des Stromes durch eine geschlossene Fläche



Berechnung des Flusses eines Stromdichtefeldes durch ein geschlossenes Gebiet

Fluss des Stromes durch eine geschlossene Fläche

Wir betrachten eine geschlossene Fläche A, die wir in zwei Teilflächen A' und A'' aufteilen, so dass auf der Fläche A' die Feldlinie aus der Fläche austreten und auf der Fläche A'' sie eindringen.

$$I_{aus} - I_{ein} = -\frac{d}{dt} Q_{innen}$$

$$\int\limits_{A'} \boldsymbol{i} \cdot da' - \int\limits_{A''} \boldsymbol{i} \left(-d\boldsymbol{a}''\right) = -\frac{d}{dt} \int\limits_{V(A)} \rho_{el} dV$$

$$\int\limits_{A} \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a} = -\frac{d}{dt} \int\limits_{V} \rho_{el}\, dV$$

Dies ist die Integralform der *Kontinuitätsgleichung*.

Fluss des Stromes durch eine geschlossene Fläche

Mit dem Gaussschen Satz bekommen wir

$$\int_A \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a} = \int_V \operatorname{div} \boldsymbol{i} \, dV = -\int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho_{el} \, dV$$

Differentialform

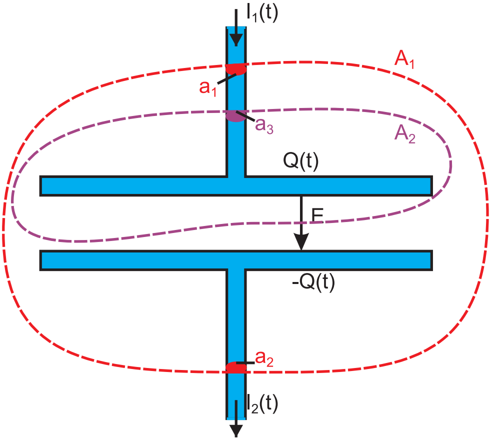
$$\operatorname{div} \boldsymbol{i}\,(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \rho_{el}\,(\boldsymbol{x}, t)$$

Stationäre Ströme: $\boldsymbol{i}$ und ρ_{el} hängen nicht von der Zeit ab

$$\operatorname{div} \boldsymbol{i} = 0$$

$$\int_A \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a} = 0$$

Stromfluss im Kondensator



Stromfluss in einem Kondensator

Stromfluss

Wir betrachten eine quasistationäre Änderung am Kondensator

$$\iint\limits_{A_1} \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a} = \iint\limits_{a_1} \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a} + \iint\limits_{a_2} \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a} = 0$$

Mit $\quad I_1 = -\iint\limits_{a_1} \boldsymbol{i} \cdot d\boldsymbol{a}$ und $I_2 = \iint\limits_{a_2} \boldsymbol{i} d\boldsymbol{a}$ folgt

$$I_1 = I_2$$

d.h. es scheint, als ob der *Strom* durch den Kondensator hindurch fliessen würde.

Wenn wir die Kontinuitätsgleichung auf A_2 anwenden, bekommen wir

$$\iint\limits_{a_3} \boldsymbol{i} d\boldsymbol{a} = -I_1(t) = -\frac{dQ(t)}{dt}$$

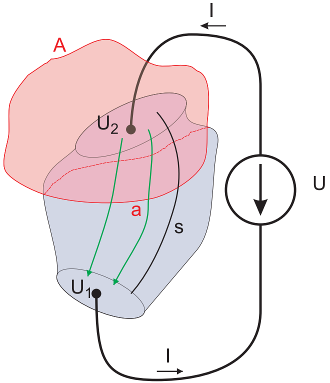
Stromfluss

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

Die Einheit der Stromstärke ist Ampère [A]

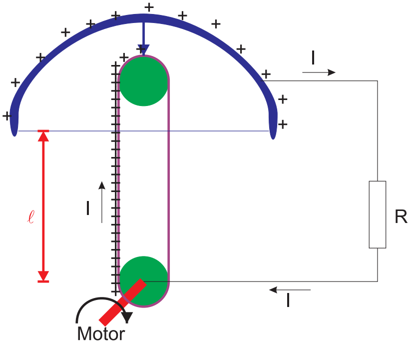
$$1A = 1\frac{C}{s}$$

Berechnung des Widerstandes



Berechnung des Widerstandes bei einem inhomogenen Leiter

van de Graaff-Generator



Ladungstransport in einem mit einem Widerstand R kurzgeschlossenen van de Graaff-Generator.