Übungsblatt 11

PHYS4100 Grundkurs IV (Physik, Wirtschaftsphysik, Physik Lehramt)

Othmar Marti, (othmar.marti@uni-ulm.de)

7. 7. 2005 oder 8. 7. 2005

1 Aufgaben

1. Wie heiss muss ein perfekter schwarzer Strahler mit $1cm^2$ Fläche sein, um mit einem Filter der Breite $0.1nm$ die gleiche Strahlungsstärke wie ein HeNe-Laser ($632nm$) zu haben? Der Laserstrahl habe eine Divergenz von $1mrad$.

2. Zeigen Sie aus der Ableitung des Planckschen Gesetzes nach Einstein, dass ein UV-Laser schwerer zu realisieren ist als ein IR-Laser.

3. Wie gross ist der Verstärkungskoeffizient (in cm^{-1}) entlang des Lichtwegs in einem $30cm$ langen HeNe-Laser, wenn dieser bei einer Reflexion des Auskoppelspiegels von von weniger als 94% erlischt? Wie könnte man die Ausgangsleistung erhöhen?

4. Ein Atom erfährt durch die Absorption von Photonen aus einem Laserstrahl einen Rückstoss. Die spontane Emission geschieht in alle Richtungen, verursacht also im Mittel keinen Impulsübertrag. Wie gross ist die maximale Beschleunigung für ein Cäsium-Atom, das Licht bei $852nm$ absorbiert und maximal ein Photon pro $60ns$ streuen kann? Wie lange ist die Bremsstrecke für thermische Cäsiumatome?

2 Lösungen

1. Wir verwenden das Plancksche Strahlungsgesetz. Die schwarze Fläche F strahlt in einen Halbraum ($\Omega_{tot} = 2\pi$) ab. Der Laser mit der Leistung P_{HeNe} strahlt aber in den Raumwinkel $\Omega_{HeNe} = (10^{-3} rad)^2$. Aus dem weissen Spektrum des schwarzen Strahlers wird ein Frequenzband mit der Breite

$$\Delta\nu_f = \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} \cdot \nu_{HeNe} = \frac{10^{-10}\ m}{632.8 \cdot 10^{-9} m} \cdot \nu_{HeNe}$$

herausgeschnitten. Die Temperatur erhält man aus

$$\begin{aligned} P_{Planck}(\nu,T,\Delta\nu,Halbraum) &= \int\limits_{\Delta\nu} \varrho(T) A\, d\nu \\ &= \int\limits_{\Delta\nu} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} A\, c\, d\nu \\ &= \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} A\, c\, \Delta\nu \end{aligned}$$

und

$$P_{HeNe} = P_{Planck}(\nu,T,\Delta\nu,Halbraum) \cdot \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}}$$

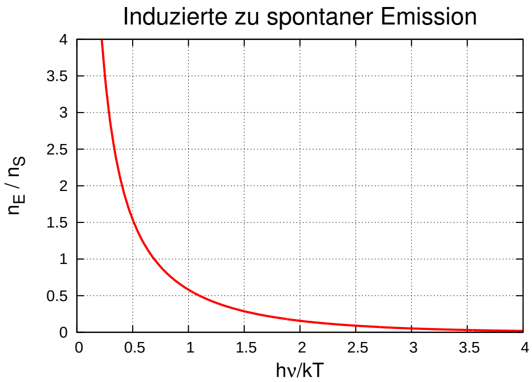
also

$$\begin{aligned} P_{HeNe} &= \frac{8\pi h\nu_{HeNe}^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu_{NeHe}/kT} - 1} \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}} A\, c \cdot \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} \cdot \nu_{HeNe} \\ &= \frac{8\pi h\nu_{HeNe}^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu_{NeHe}/kT} - 1} \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}} A\, c \cdot \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} \cdot \nu_{HeNe} \\ &= \frac{8\pi h\nu_{HeNe}^4}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu_{NeHe}/kT} - 1} \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}} A \cdot \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} \\ e^{h\nu_{NeHe}/kT} - 1 &= \frac{8\pi h\nu_{HeNe}^4}{c^2} \cdot \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}} \frac{A}{P_{HeNe}} \cdot \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} \\ h\nu_{NeHe}/kT &= \ln\left[\frac{8\pi h\nu_{HeNe}^4}{c^2} \cdot \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}} \frac{A}{P_{HeNe}} \cdot \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} + 1\right] \\ T &= \frac{h\nu_{NeHe}}{k \ln\left[\frac{8\pi h\nu_{HeNe}^4}{c^2} \cdot \frac{\Omega_{HeNe}}{\Omega_{tot}} \frac{A}{P_{HeNe}} \cdot \frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_{HeNe}} + 1\right]} \end{aligned}$$

2. Bei einem Laser ist die Rate der spontanen Emission proportional zu $A\, n^*$, die der induzierten Emission $B\, \varrho(\nu,T)\, n^*$. Im thermischen Gleichgewicht ist

nach Aufgabe 2, Übungsblatt 3

$$\frac{B\varrho(\nu,T)}{A} = \frac{1}{1-e^{-h\nu/k_BT}} = \frac{n_E}{n_S}$$



Die Grafik zeigt, dass die induzierte Emission bei kleinen ν dominiert.

3. Die Umlaufszeit im Resonator ist

$$\tau = \frac{2\ell}{c}$$

Bei jedem Umlauf entsteht ein Verlust von 8%. Der Verlust bei einem Umlauf ist

$$0.08 = e^{-\Gamma\cdot\tau} = e^{-2\ell\Gamma/c}$$

mit $\ell = 0.3m$. Also ist

$$\Gamma = -\ln(0.08)\frac{c}{2\ell} = 2.526\cdot\frac{3\cdot 10^8}{2\cdot 0.3}\frac{1}{s} = 1.263\cdot 10^9\frac{1}{s}$$

Die Verstärkung G muss die Verluste kompensieren. Also ist

$$G = \Gamma$$

Die Geschwindigkeit des Lichtes im Gas ist etwa c. Also ist die Verstärkung pro Länge gegeben durch

$$g = \frac{G}{c} = 4.21\frac{1}{m}$$

4. Jedes Photon ergibt im Mittel einen Impulsübertrag von

$$\Delta p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

Die Kraft auf eine Masse m_{Cs} ist

$$F = m_{Cs}a = \frac{dp}{dt} \approx \frac{\Delta p}{\tau}$$

wobei τ die mittlere Lebensdauer ist. Also ist die Beschleunigung

$$a = \frac{\Delta p}{\tau \cdot m_{CS}} = \frac{h}{\lambda \cdot \tau \cdot m_{CS}}$$

und

$$a = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{852 \cdot 10^{-9} \cdot 60 \cdot 10^{-9} \cdot 133.905 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}} \frac{m}{s^2} = 58000 \frac{m}{s^2}$$

Thermische Cäsium-Atome haben eine Geschwindigkeit von

$$v \approx 300 \frac{m}{s}$$

Die Bremsstrecke ist aus $v = \sqrt{2as}$

$$s = \frac{v^2}{2a} = 0.77m$$

