



Klassische und Relativistische Mechanik

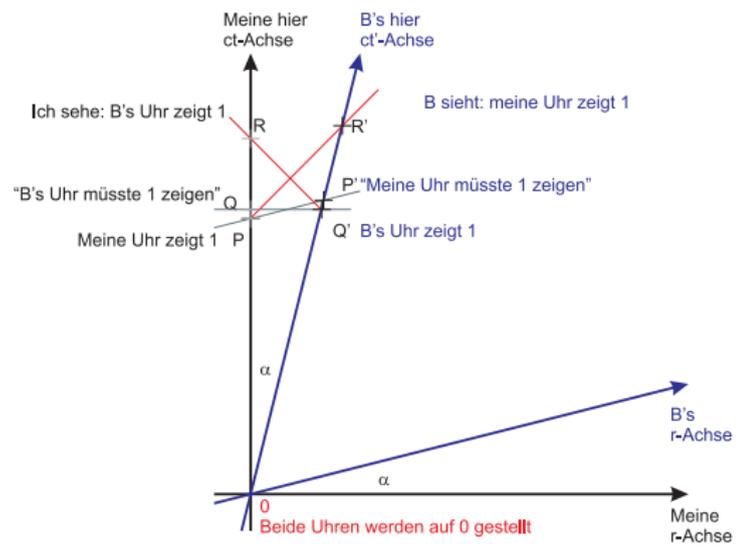
Othmar Marti | 14. 12. 2007 | Institut für Experimentelle Physik

Physik, Wirtschaftspraxis und
Lehramt Physik

Lösen von Aufgaben

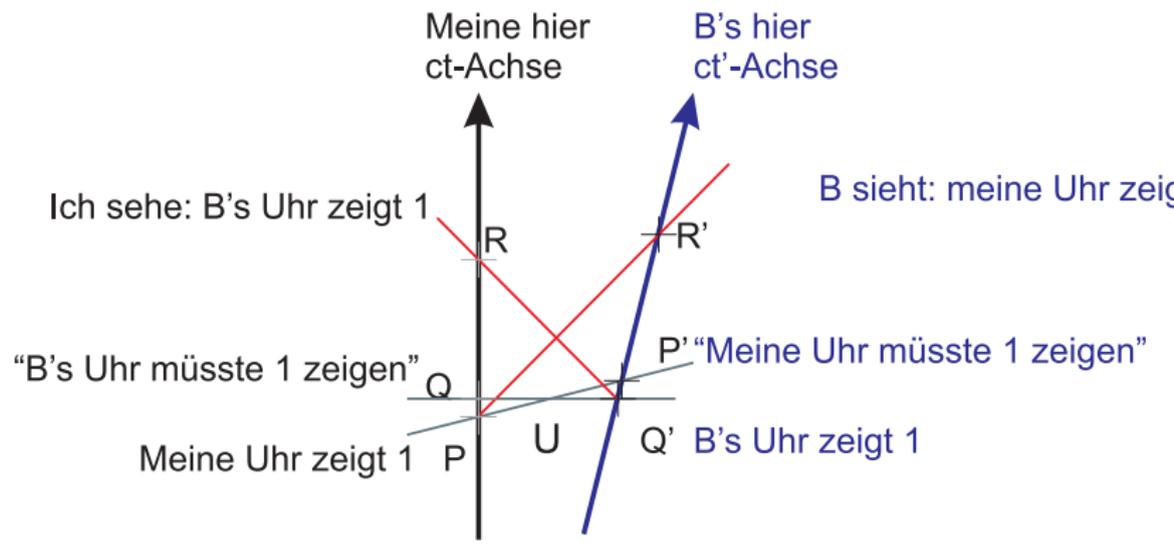
Ab 14. 12. 2007 jeweils am
Freitag, 14:00- 16:00
im H1

Uhrenvergleich



Uhrenvergleich.

Uhrenvergleich



Vergrösserte Darstellung aus der vorherigen Abbildung.

Verhältnisse

Zwischen zwei Punktereignissen misst derjenige Beobachter den kürzesten Zeitabstand, der sie (soweit möglich) direkt erlebt, also für den sie beide „hier“ sind.

Zwischen zwei Punktereignissen misst derjenige den kürzesten Abstand, für den sie gleichzeitig erfolgen (bei ihm ist der Massstab am längsten!).

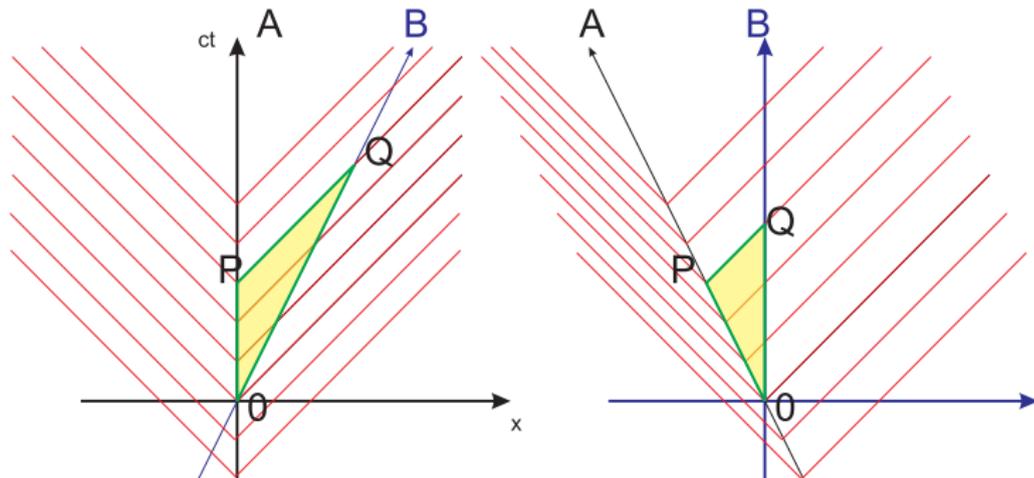
Zeitdilatation

Im bewegten System (*Geschwindigkeit* v) am Punkt 0 gibt es zwei Ereignisse A und B im Abstand t'

Im Ruhesystem x, y, z, t misst man

$$t(x = vt, 0, 0) = \frac{t' (x' = 0, y' = 0, z' = 0)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Longitudinaler relativistischer Dopplereffekt



Der longitudinale relativistische Dopplereffekt. Links ist mein Standpunkt, rechts der von B.

Relativistischer Dopplereffekt

Die obige Skizze soll die Frage klären, welche Periode T' B misst für ein Signal, für das ich die Periode T messe. Die Berechnung läuft wie folgt:

- ▶ B s Weltlinie läuft schräg zu der meinen.
- ▶ Sinussatz:

$$\overline{OQ} = \overline{OP} \frac{\sin \pi/4}{\sin(\pi/4 - \alpha)} = \overline{OP} \frac{1}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

- ▶ Die Zeitdifferenz ist durch den vertikalen Abstand gegeben:

$$\overline{OQ} \cos \alpha = \overline{OP} \frac{1}{1 - \tan \alpha} = \overline{OP} \frac{1}{1 - v/c}$$

- ▶ Damit ist

$$T' = \frac{T}{1 - v/c}$$

der normale Dopplereffekt, der für $v \ll c$ gilt.

- ▶ Die Zeiteinheit ist auf B s Zeitachse um $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ grösser.
- ▶ Also muss

$$T' = T \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c}$$

sein.

- ▶ Mit der Frequenz $\nu = 1/T$ bekommt man:

$$\nu' = \nu \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

Relativistischer Dopplereffekt

B würde anders argumentieren (rechte Seite von Abbildung 7)

- ▶ Ohne Berücksichtigung der Zeitdilatation wäre:

$$T' = T \frac{\sin(3\pi/4 - \alpha)}{\sin(\pi/4)} = T \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

- ▶ Die Zeitdilatation, die nach *B*s Ansicht für mich gilt:

$$T' = T \frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- ▶ *Frequenz*:

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + v/c} = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

Der Dopplereffekt wird also durch die spezielle Relativitätstheorie für alle Inertialsysteme konsistent beschrieben.

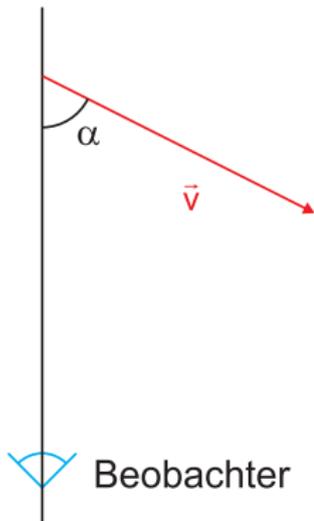
Relativistischer Dopplereffekt

Longitudinaler relativistischer Dopplereffekt:

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

wenn im ungestrichenen System mit der *Frequenz* ν Strahlung ausgesendet wird und in dem mit v sich dazu bewegendem gestrichenen System ν' gemessen wird.

Transversaler relativistischer Dopplereffekt



Bewegungsrichtung beim transversalen relativistischen Dopplereffekt.

Transversaler relativistischer Dopplereffekt

Wenn eine Bewegung im Winkel α schräg zur Beobachtungsrichtung verläuft, ist der relevante Längenunterschied nicht $\Delta\ell'$ sondern $\Delta\ell' \cos \alpha$. Sei T' die Periodendauer im bewegten Bezugssystem und $\Delta\ell'$ die Distanz, um die sich das bewegte Bezugssystem in T' bewegt. Die Zeitdilatation ist unabhängig von der Bewegungsrichtung, die Längenkontraktion jedoch nicht! Wir erhalten die Beziehungen

$$\Delta\ell \cos \alpha = - \frac{vT}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cos \alpha$$
$$\Delta t' = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
$$T' = \Delta t' + \frac{-\Delta\ell \cos \alpha}{c}$$

Transversaler relativistischer Dopplereffekt

Eingesetzt ergibt sich

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{vT}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cos \alpha = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(1 + \frac{v}{c} \cos \alpha \right)$$

Für die Frequenzen ($\nu = 1/T$) gilt dann

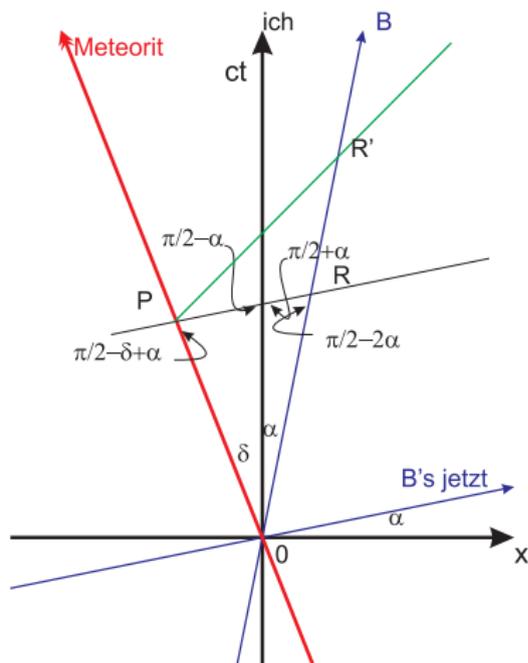
$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha}$$

Für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ bekommt man den transversalen Dopplereffekt

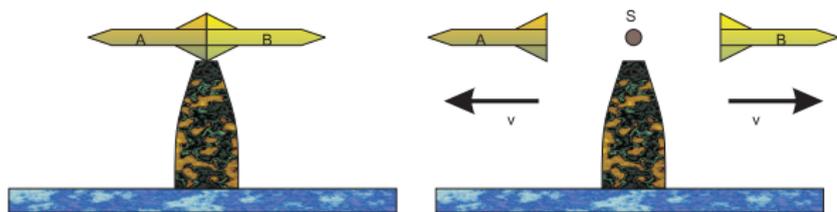
$$\nu' = \nu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Dies ist nichts anderes als ein Ausdruck der Zeitdilatation. Bei Schallwellen gibt es keinen transversalen Dopplereffekt.

Addition von Geschwindigkeiten



Massenzunahme



Gedankenexperiment zur Bestimmung der relativistischen Masse
